ky 式たすき掛け

①

2 次式 px^2+qx+r を因数分解する方法の一つとして、中学や高校の教科書で説明されているのが以下のたすき掛けである。すなわち

$$(ax+b)(cx+d)=acx^2+(ad+bc)x+bd$$

であり，$ac=p$, $ad+bc=q$, $bd=r$ となる a , b , c , d がわかれば

$$px^2+qx+r=(ax+b)(cx+d)$$

と因数分解されることになる。この a , b , c , d を求めるために右のような書き方を用いるが、特に ad と bc を考える二つの線が X 字になる。これが和装時に着物の袖が邪魔にならないように固定するたすきの動きと、固定した後に背中に出来る形そのものなので、因数分解のこの方法は「たすき掛け」と呼ばれる。

$$\begin{array}{ccccc} a & & b & bc & \\ & & & & ad+bc\,(=q) \\ c & & d & ad & \\ \downarrow & & \downarrow & & \\ ac\,(=p) & & bd\,(=r) & & \end{array}$$

（例）$9x^2+6x-8=(3x+4)(3x-2)$

$$\begin{array}{ccccc} 3 & & 4 & 12 & \\ & & & & 12+(-6)\,(=6) \\ 3 & & -2 & -6 & \\ \downarrow & & \downarrow & & \\ 9 & & -8 & & \end{array}$$

②

それ自体、慣れればそんなに難しいわけではないのだが、係数の組合せによっては因数分解がすぐに見えない場合もある（それが別の方法を考えてみたきっかけ！）。実は最初に中学生が習う 2 次式の因数分解は x^2 の係数が 1 であるパターンで

$$(x+a)(x+b)=x^2+(a+b)x+ab$$

を逆に使う計算である。具体的には x^2+px+q において、和が p で積が q である 2 数 a , b を見つけて

$$x^2+px+q=x^2+(a+b)x+ab=(x+a)(x+b)$$

とする。これは少しぐらい係数が複雑でもそんなに難しくなくて、ほぼ暗算で処理が可能である。

③

さて「ky 式たすき掛け」である。これは厳密にはたすき掛けではないのだが、2 次式の因数分解の一つの方法であること、本質的にはたすき掛けの前に学習する x^2 の係数が 1 である場合と同じ方法であること、などから、そうネーミングしておきたい。

④

　ここからが「ky 式たすき掛け」の具体的な計算方法の説明である。

$$ax^2+bx+c=a\left(x^2+\frac{b}{a}x+\frac{c}{a}\right)=a\left(x^2+\frac{b}{a}x+\frac{ac}{a^2}\right)$$

であるので，$b=p+q$, $ac=pq$ となる p, q を用いて

$$ax^2+bx+c=a\left(x^2+\frac{p+q}{a}x+\frac{pq}{a^2}\right)=a\left(x+\frac{p}{a}\right)\left(x+\frac{q}{a}\right)$$

となる。最後に $\frac{p}{a}$, $\frac{q}{a}$ の約分をしたり、最初に括り出した a をあらためて掛けて係数を整数にする、などの処理が必要になるが、それでも安定してたすき掛けよりは数字の組合せは見つけやすいというのが、この方法で計算してみた実感である。

（例）手順を丁寧に説明しておくが、慣れれば最後から 3 行目がいきなりイメージ出来るはずである。

　$ax^2+bx+c=9x^2+6x-8$ において、和が $b=6$ で積が $ac=-72$ である 2 数は 12 と -6 である。これを以下の 2 つの □ に入れればよく

$$\begin{aligned}9x^2+6x-8&=9\left(x^2+\frac{6}{9}x-\frac{72}{9^2}\right)\\&=9\left(x+\frac{\square}{9}\right)\left(x+\frac{\square}{9}\right)\\&=9\left(x+\frac{12}{9}\right)\left(x-\frac{6}{9}\right)\\&=9\left(x+\frac{4}{3}\right)\left(x-\frac{2}{3}\right)\\&=(3x+4)(3x-2)\end{aligned}$$

2015.8.21（金）